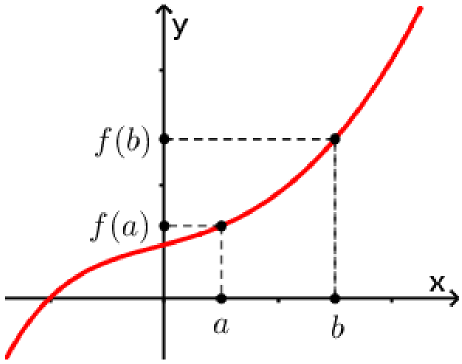
Variations des fonctions

I Sens de variation

1) Fonctions croissantes

Intuitivement :

Une fonction est croissante sur un intervalle I signifie que lorsque x augmente dans I alors son image $f(x)$ augmente aussi.



Graphiquement :

Soit C_f la représentation de f sur l'intervalle I, alors de la gauche vers la droite la courbe C_f "monte"

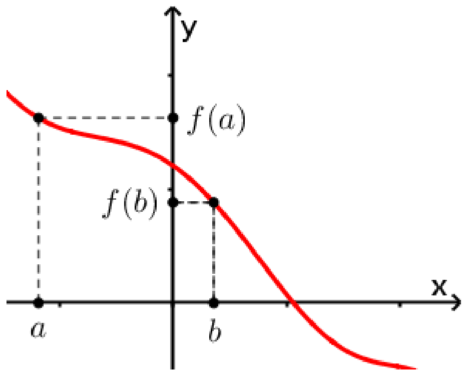
Algébriquement :

Une fonction est croissante sur un intervalle I lorsque pour tous réels a et b de I, $\boxed{\text{si } a<b \text{ alors } f(a)\leqslant f(b)}$.

2) Fonctions décroissantes

Intuitivement :

Une fonction est décroissante sur un intervalle I signifie que lorsque x augmente dans I alors son image $f(x)$ diminue.



Graphiquement :

Soit C_f la représentation de f sur l'intervalle I, alors de la gauche vers la droite la courbe C_f "descend"

Algébriquement :

Une fonction est décroissante sur un intervalle I lorsque pour tous réels a et b de I, $\boxed{\text{si } a<b \text{ alors } f(a)\geqslant f(b)}$.

3) Cas particuliers

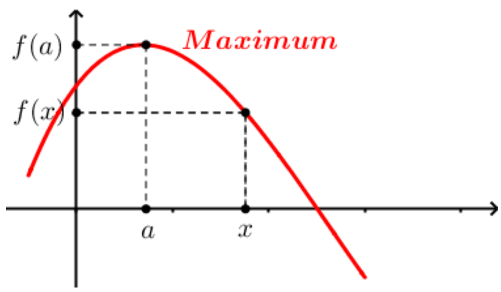
Lorsque les inégalités encadrées sont strictes alors la fonction est strictement croissante ou strictement décroissante.

Lorsque toutes les images sont égales sur un intervalle I alors la fonction est constante sur I.

Lorsque le sens de variation est le même sur tout l'intervalle I alors la fonction est monotone.

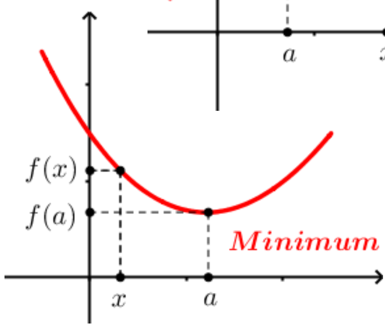
II Extrema

f est une fonction définie sur un intervalle I et $a \in \text{I}$



1) Maximum

$f(a)$ est un maximum de la fonction f sur I si, pour tout $x \in \text{I}$, $\boxed{f(x)\leqslant f(a)}$



2) Minimum

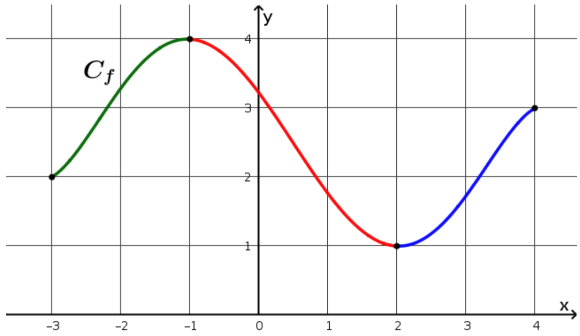
$f(a)$ est un minimum de la fonction f sur I si, pour tout $x \in \text{I}$, $\boxed{f(x)\geqslant f(a)}$

III Tableau de variation

Un tableau de variation résume les variations d'une fonction sur un intervalle.

Exemple :

Soit f une fonction définie sur $[-3;4]$ et représentée ci-contre.



Décrire les variations de f à l'aide de phrases :

....

....

....

Compléter le tableau de variation :

x	
f	

En déduire les extrema de f sur $[-3;4]$

....

....

Compléter :

Pour tout $x \in [-3;4]$, $f(x) \geqslant \ldots$ et $f(x) \leqslant \ldots$, autrement dit $\ldots \leqslant f(x) \leqslant \ldots$

Puisque f est ... sur [... ; ...] alors $f(0) \ldots f(1)$

Puisque f est ... sur [... ; ...] alors $f(-2{,}8) \ldots f(-1{,}2)$

Puisque f est ... sur [... ; ...] alors $f(3{,}5) \ldots f(2{,}5)$

Exercice 1 : Soit la fonction $g(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 15$.
a) Sur la calculatrice, tracer la courbe représentative de la fonction g puis dresser son tableau de variation sur l'intervalle $[-3;3]$.
b) Indiquer les extrema éventuels de la fonction g sur [–3;3].

Exercice 2 : Voici le tableau de variation d'une fonction h sur $[-2;9]$

x	-2	0	4	6	9
h	3	4	-1	3	-4

a) Indiquer les extrema éventuels de la fonction h sur $[-2;9]$.
b) Donner une représentation graphique possible pour la fonction h.
c) Possible ou impossible ? Justifier.

$h(5) = -2$ $\qquad$ $h(-1) = 3{,}2$ $\qquad$ $h(-1) < h(3)$ $\qquad$ $h(-1) < h(7)$