

## Loi uniforme

Dans ce chapitre,  $a$  et  $b$  désignent deux réels tels que  $a < b$ .

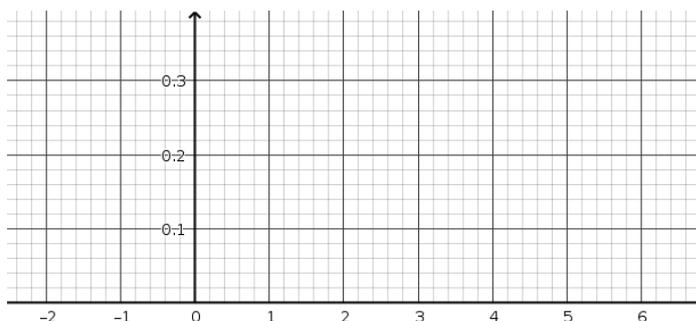
### I Loi uniforme sur l'intervalle $[a; b]$

**Définition** : Une variable aléatoire continue suit une **loi uniforme** sur un intervalle  $[a; b]$  lorsque sa densité est la fonction constante sur  $[a; b]$  définie, pour tout  $x \in [a; b]$ , par  $f(x) = \frac{1}{b-a}$ .

**Notation** : Lorsque la variable aléatoire  $X$  suit une loi uniforme sur  $[a; b]$ , on note  $X \sim U_{[a; b]}$ .

#### Démonstration 1

**Exercice 1** : Représenter la fonction de densité de la loi uniforme sur  $[-1; 4]$ .



**Propriétés** : Soit  $X$  une variable aléatoire de loi uniforme sur  $[a; b]$ .

➤ Pour tous réels  $c$  et  $d$  tels que  $a \leq c \leq d \leq b$ ,  $P(c \leq X \leq d) = \frac{d-c}{b-a}$ .

➤ La fonction de répartition de  $X$  est définie pour tout  $x \in [a; b]$  par  $F(x) = \frac{x-a}{b-a}$ .

➤ L'espérance de  $X$  est  $E(X) = \frac{a+b}{2}$  et la variance est  $V(X) = \frac{(a-b)^2}{12}$ .

#### Démonstration 2

**Exercice 2** :  $X \sim U_{[-1; 4]}$ . Calculer  $P(X \in [0,5; 2,5])$  puis déterminer  $F(x)$ ,  $E(X)$  et  $V(X)$ .

### II Application

Une enquête menée dans une grande entreprise a révélé que la durée du trajet domicile-travail des personnels était comprise entre  $0,5h$  et  $2,5h$ . Le nombre de salariés étant suffisamment important, toutes les durées de transport sont représentées de manière homogène.

On interroge au hasard un employé sur son temps de transport. On note  $X$  la variable aléatoire égale à la durée de son trajet.

- 1) Quelle est la loi suivie par  $X$  ?
- 2) Calculer la probabilité que le temps de trajet du salarié soit comprise entre  $45 \text{ min}$  et  $1 \text{ h } 15 \text{ min}$ .
- 3) Quelle est la durée moyenne de transport dans cette entreprise ?

### III Mémento calculatrice

Numworks	TI 82-83	Casio Graph 90+E
Menu <b>Probabilités</b>  <b>Uniforme</b> → Entrer les bornes $a$ et $b$ et suivant. La fonction de densité s'affiche. Choisir le type de probabilité à calculer 	Pas de fonctions préprogrammées pour cette loi.	Pas de fonctions préprogrammées pour cette loi.