

Un fabricant de matériel électronique commercialise un nouveau smartphone depuis deux mois. Le premier mois 5000 exemplaires ont été vendus et le deuxième mois 5200 exemplaires. Le responsable des ventes envisage alors trois modèles d'évolution possibles des ventes dans les mois suivants.

**Premier modèle** (5 points) : La variation des ventes reste constante.

On note  $u_n$  le nombre de smartphones vendus le  $n^{\text{e}}$  mois. On a donc  $u_1=5000$  et  $u_2=5200$ .

On suppose que chaque mois le nombre de smartphones vendus augmente de 200 exemplaires.

- 1) Exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ . Quelle est la nature de la suite  $(u_n)$  ?
- 2) En déduire l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
- 3) Si les ventes suivent ce modèle :
  - a) Calculer le nombre de smartphones vendus le 12<sup>e</sup> mois.
  - b) Déterminer, avec la calculatrice, le nombre total de smartphones vendus durant les douze premiers mois.
  - c) Établir une formule qui donne le nombre total de smartphones vendus durant les  $n$  premiers mois.

**Deuxième modèle** (6 points) : Le taux variation des ventes reste constant.

On note  $v_n$  le nombre de smartphones vendus le  $n^{\text{e}}$  mois. On a donc  $v_1=5000$  et  $v_2=5200$ .

- 1) Justifier que le taux de variation des ventes du premier au deuxième mois est de +4 %.
- 2) En supposant que ce taux reste constant ensuite, exprimer  $v_{n+1}$  en fonction de  $v_n$ .  
Quelle est la nature de la suite  $(v_n)$  ?
- 3) En déduire l'expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ .
- 4) Si les ventes suivent ce modèle :
  - a) Calculer le nombre de smartphones vendus le 12<sup>e</sup> mois.
  - b) Déterminer, avec la calculatrice, le nombre total de smartphones vendus durant les douze premiers mois.
  - c) Montrer que, pour tout entier naturel  $n$ , le nombre total de smartphones vendus durant les  $n$  premiers mois est  $125\,000(1,04^n - 1)$ .

**Troisième modèle** (9 points) : Les ventes atteignent un seuil.

On note  $w_n$  le nombre de smartphones vendus le  $n^{\text{e}}$  mois et on définit la suite  $(w_n)$  par  $w_1=5000$  et, pour tout entier naturel  $n$ ,  $w_{n+1}=0,9w_n+700$ .

- 1) Vérifier que ce modèle est cohérent avec le nombre de ventes du deuxième mois.
- 2) Conjecturer le comportement de la suite  $(w_n)$  lorsque  $n$  devient grand.
- 3) Déterminer l'expression de  $w_n$  en fonction de  $n$ .
- 4) Si les ventes suivent ce modèle :
  - a) Calculer le nombre de smartphones vendus le 12<sup>e</sup> mois.
  - b) Déterminer, avec la calculatrice, le nombre total de smartphones vendus durant les douze premiers mois.
- 5) Observer le programme ci-contre.
  - a) A quoi sert-il ?
  - b) Que va-t-il afficher si on l'exécute ?

```

1 n=24
2 k=1
3 w=5000
4 S=w
5 while k<n:
6     w=0.9*w+700
7     S=S+w
8     k=k+1
9 print(round(S))

```