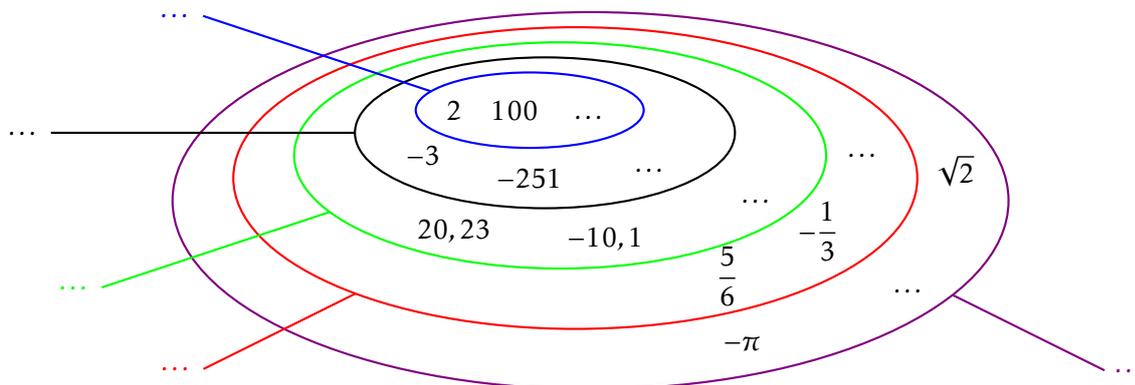


Découverte des nombres complexes

Partie A : Un petit bilan sur les ensembles de nombres

1) Compléter le diagramme de Venn¹ suivant :



2) Rappeler la définition des nombres décimaux, des nombres rationnels et des nombres réels.

3) Compléter le tableau suivant :

Équation	$x + 7 = 0$	$3x + 2 = 0$	$x^2 - 5 = 0$	$x^2 + 1 = 0$
Solutions dans l'ensemble des entiers naturels				
Solutions dans l'ensemble des entiers relatifs				
Solutions dans l'ensemble des rationnels				
Solutions dans l'ensemble des réels				

Partie B : Approche historique

On veut trouver deux nombres tels que leur somme est égale à 10 et leur produit est égal à 40.

1) Montrer que la problème peut se traduire par l'équation $x(10 - x) = 40$.

2) Résoudre cette équation dans \mathbb{R} .

3) Au milieu du XVI^e siècle, Cardan² donne des solutions à ce problème.

Il les note $5 + \sqrt{-15}$ et $5 - \sqrt{-15}$ et les nomme "quantités sophistiquées".

Plus tard, au XVII^e siècle, Descartes³ les nommera "quantités imaginaires".

a) Pourquoi de telles dénominations ?

b) En admettant que les nombres $5 + \sqrt{-15}$ et $5 - \sqrt{-15}$ existent, montrer qu'elles vérifient bien l'équation.

4) Au XVIII^e siècle, Euler⁴ introduit une nouvelle notation : il pose i le nombre tel que $i^2 = -1$.

a) En déduire les solutions de l'équation $x^2 + 1 = 0$.

b) Déterminer la valeur de i^4 .

c) En utilisant le nombre i , déterminer un nombre qui élevé au carré est égal à -4 , puis -2 et -15 .

d) En déduire une écriture des solutions de Cardan à l'aide du nombre i .

1. **John Venn** (1834-1923) est un mathématicien et logicien britannique, renommé pour avoir conçu les diagrammes de Venn qui sont employés dans beaucoup de domaines, notamment en théorie des ensembles, en probabilité, en logique, en statistique et en informatique.

2. **Jérôme Cardan** (Pavie, 24 septembre 1501 - Rome, 21 septembre 1576) (en italien : Gerolamo Cardano ou Girolamo Cardano), est un mathématicien, un philosophe, un astrologue, un inventeur et un médecin italien.

3. **René Descartes** est un mathématicien, physicien et philosophe français, né le 31 mars 1596 à La Haye-en-Touraine, aujourd'hui Descartes, et mort le 11 février 1650 à Stockholm.

4. **Leonhard Euler**, né le 15 avril 1707 à Bâle (Suisse) et mort à 76 ans le 7 septembre 1783 à Saint-Petersbourg (Empire russe), est un mathématicien et physicien suisse, qui passa la plus grande partie de sa vie dans l'Empire russe et en Allemagne. (Source Wikipédia)