

Exercice 1 (4 points)

Calculer la limite de chacune des suites suivantes :

$$a_n = 3 - \frac{5}{n-2}$$

$$b_n = -7n^3 + 6n - 5$$

$$c_n = \frac{3n+5}{n^2-5n+4}$$

Exercice 2

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

On s'intéresse au service municipal de location de vélos d'une petite ville.

Partie A (8 points)

La municipalité souhaite être informée sur le nombre de vélos en circulation.

Le responsable du service de location de vélos estime que, chaque année, 20 % des vélos sont devenus inutilisables car perdus, volés ou détériorés. Le budget alloué au service lui permet de racheter 30 vélos par an. Au 1^{er} janvier 2021, le parc contient 200 vélos utilisables.

On modélise l'évolution du nombre de vélos utilisables par une suite (u_n) dans laquelle, pour tout entier naturel n , u_n est le nombre de vélos le 1^{er} janvier de l'année 2021 + n .

Ainsi $u_0 = 200$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,8u_n + 30$.

- 1) Justifier le coefficient 0,8 dans l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n .
- 2) Combien y aura-t-il de vélos dans ce parc au 1^{er} janvier 2022 ?
- 3) Montrer que, pour tout entier naturel n , $u_n = 50 \times 0,8^n + 150$.
- 4) a) Justifier que la suite (u_n) est strictement décroissante.
b) Montrer que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite quand n tend vers $+\infty$.
c) Interpréter les deux résultats précédents dans le contexte de l'énoncé.
- 5) La municipalité a estimé que ce service de location est rentable tant que le nombre de vélos reste supérieur à 160. En quelle année le service de location s'arrêtera-t-il ?

Partie B (8 points)

La municipalité souhaite aussi être informée sur la fiabilité des vélos en location.

Le responsable du service de location de vélos fournit les données suivantes :

- 15 % des vélos du parc sont neufs ;
- 5 % des vélos neufs nécessitent un réglage ;
- 30 % des vélos qui ne sont plus neufs nécessitent un réglage.

On choisit un vélo au hasard dans le parc des vélos disponibles en location et on considère les événements suivants :

- N : "Le vélo est neuf ;
- R : "Le vélo a besoin d'un réglage.

- 1) Traduire la situation par un arbre pondéré.
- 2) Calculer la probabilité que le vélo choisi soit neuf et nécessite un réglage.
- 3) Justifier que $P(R) = 0,2625$.
- 4) Il s'avère que le vélo choisi nécessite un réglage. Quelle est la probabilité qu'il soit neuf ? Arrondir le résultat à 10^{-4} près.