

## Algorithme d'Euclide

Soit  $a$  et  $b$  deux entiers naturels non nuls.  $q$  est le quotient et  $r$  le reste de la division euclidienne de  $a$  par  $b$ .

- 1) Soit  $d$  un diviseur commun de  $a$  et de  $b$ . Montrer que  $d$  est aussi un diviseur commun de  $b$  et de  $r$ .
- 2) Soit  $d'$  un diviseur commun de  $b$  et de  $r$ . Montrer que  $d'$  est aussi un diviseur commun de  $a$  et de  $b$ .
- 3) En déduire que  $D(a) \cap D(b) = D(b) \cap D(r)$  puis que  $PGCD(a; b) = PGCD(b; r)$ .
- 4) Observer les divisions euclidiennes suivantes et en déduire  $PGCD(260; 91)$ .

$$260 = 91 \times 2 + 78$$

$$91 = 78 \times 1 + 13$$

$$78 = 6 \times 13$$

- 5) Par la même méthode, calculer :

$$PGCD(123; 95) \quad PGCD(715; 55) \quad PGCD(616; 52)$$

- 6) Écrire l'algorithme correspondant en langage naturel puis le programmer.