Orthodromie

L'orthodromie désigne le chemin le plus court entre deux points de la surface terrestre.

I Écriture des coordonnées géographiques

Les coordonnées géographiques sont souvent exprimées à l'aide de degrés (°), de minutes (') et de secondes ("). Les minutes sont des soixantièmes de degré et les secondes des soixantièmes de minutes. C'est un système sexagésimal.

Ainsi Paris (48°51'24"N ; 2°21'07"E) a pour latitude $\phi = 48 + \frac{51}{60} + \frac{24}{3600} \simeq 48,8567\,^\circ$ à 10^{-4} près,

pour longitude $\lambda = 2 + \frac{21}{60} + \frac{7}{3600} \simeq 2,3519\,^\circ$ à 10^{-4} près.

Ce qui permet d'écrire Paris (48,8517° ; 2,3519°) dans le système décimal usuel.

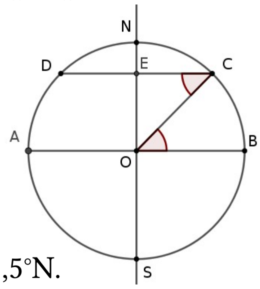
Exercice 1 : Donner dans le système décimal usuel les coordonnées géographiques,

a) de la ville de Montréal (45°30'32"N ; 73°33'42"W) ;

b) de la ville de Lyon (45°45'28"N;4°49'56"E).

Exercice 2 : Inversement, donner dans le système sexagésimal les coordonnées géographiques de la ville du Mans (48,0074° ; 0,1971°).

II Distance entre de deux points d'un même parallèle.



L'écart de longitude entre deux point d'un même parallèle est proportionnel à la distance qui les sépare sur ce parallèle.

Exercice 3 : la sphère terrestre est assimilée à une sphère de rayon 6400 km.

a) À l'aide du schéma ci-contre, calculer le rayon, arrondi au km, du parallèle 45,5°N.

b) Calculer la longueur du parallèle 45,5°N.

c) En déduire la distance, arrondie au km, entre Lyon et Montréal le long du parallèle 45,5°N.

III Un peu de géométrie

Exercice 4 : Placer deux points A et B du plan tels que $AB = 6\,cm$.

a) Dessiner un cercle $\mathcal{C}_1$ de rayon $3\,cm$ passant par A et B puis, en rouge l'un des deux arcs $\widehat{AB}$.

b) Dessiner un cercle $\mathcal{C}_2$ de rayon $4\,cm$ passant par A et B.
Repasser en rouge l'arc intercepté par le plus petit des deux angles au centre séparant A et B.

c) Faire de même pour un cercle $\mathcal{C}_3$ de rayon $5\,cm$ passant par A et B.

d) Faire de même pour un cercle $\mathcal{C}_4$ de rayon $8\,cm$ passant par A et B.

e) Où sont situés les centres des cercles passant par A et B ? Le justifier.

f) Comparer les longueurs des arcs représentés en rouge.
Quel lien (qualitatif) peut-on établir avec les rayons des cercles ?

Conséquence : Sur une sphère, la distance la plus courte entre deux points est celle de l'arc intercepté par le plus petit des deux angles au centre, sur le grand cercle passant par ces deux points.

IV Distance orthodromique

La distance orthodromique D entre deux points $A(\phi_A ; \lambda_A)$ et $B(\phi_B ; \lambda_B)$ est donnée par la formule :

$$\boxed{D = \frac{2\pi \times 6400}{360} \times \arccos\left[\sin(\phi_A)\sin(\phi_B) + \cos(\phi_A)\cos(\phi_B)\cos(\lambda_A - \lambda_B)\right]}$$

Exercice 5 : Calculer la distance orthodromique entre Lyon et Montréal. Comparer avec celle du II.