De l'exponentielle au logarithme népérien

Partie B : Cette partie est à traiter <u>sans</u> la calculatrice...

La courbe $\mathcal{C}$ représentée ci-dessous est celle de la fonction exponentielle.

Comme $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$ et que cette fonction est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$ alors, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, pour tout réel $k > 0$, l'équation $e^x = k$ admet une unique solution.

On note cette solution $\ln(k)$ (ln pour logarithme népérien).

1) À l'aide du graphique ci-contre, placer les points M_i puis estimer, au dixième, les valeurs manquantes :

$M_1(\ldots\ldots;\ 5\ ) \in \mathcal{C}$ donc $\ln(5) \simeq \ldots$

$M_2(\ldots\ldots;\ldots\ldots) \in \mathcal{C}$ donc $\ln(4) \simeq \ldots$

$M_3(\ldots\ldots;\ldots\ldots,) \in \mathcal{C}$ donc $\ln(3) \simeq \ldots$

$M_4(\ldots\ldots;\ldots\ldots,) \in \mathcal{C}$ donc $\ln(e) \simeq \ldots$

$M_5(\ldots\ldots;\ldots\ldots,) \in \mathcal{C}$ donc $\ln(2) \simeq \ldots$

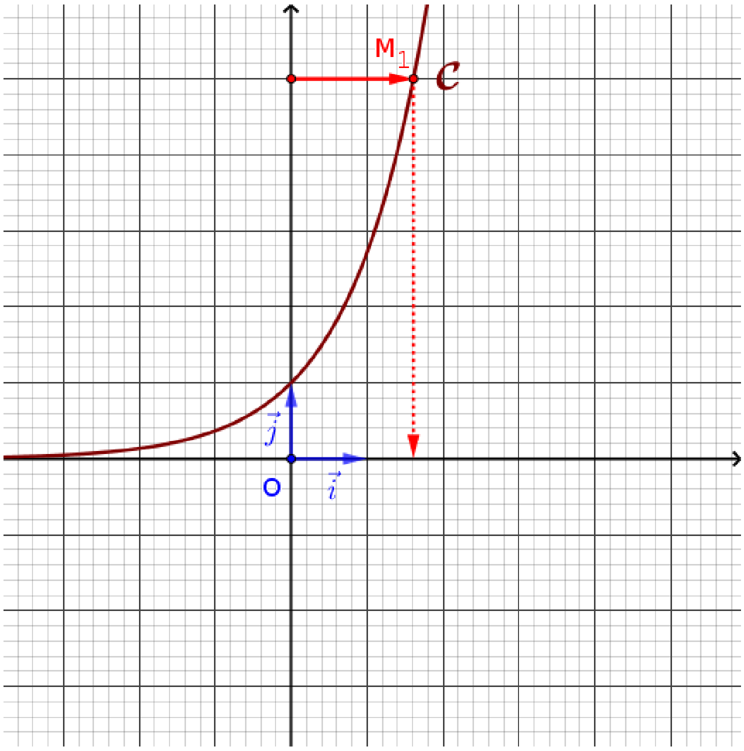
$M_6(\ldots\ldots;\ldots\ldots,) \in \mathcal{C}$ donc $\ln(1) \simeq \ldots$

$M_7(\ldots\ldots;\ldots\ldots,) \in \mathcal{C}$ donc $\ln(0{,}8) \simeq \ldots$

$M_8(\ldots\ldots;\ldots\ldots,) \in \mathcal{C}$ donc $\ln(0{,}6) \simeq \ldots$

$M_9(\ldots\ldots;\ldots\ldots,) \in \mathcal{C}$ donc $\ln(0{,}4) \simeq \ldots$

$M_{10}(\ldots\ldots;\ldots\ldots,) \in \mathcal{C}$ donc $\ln(0{,}2) \simeq \ldots$



2) A chaque point $M_i(a;b)$ de la courbe $\mathcal{C}$, on associe maintenant le point $N_i(b;a)$.
   a) En utilisant le résultat de la partie A, placer les points N_i pour $i \in \{1;\ldots;10\}$.
   b) Tracer la courbe passant par les points N_i, on la nommera Γ.

3) La courbe Γ est l'ensemble des points du plan de coordonnées $(k;\ln(k))$. Γ est donc la courbe représentative de la fonction logarithme népérien notée ln.
   a) Préciser l'ensemble de définition de la fonction ln.
   b) Conjecturer les limites de la fonction ln aux bornes de son ensemble de définition.
   c) D'après le graphique, dresser le tableau de variation puis le tableau signe de la fonction ln.
   d) Tracer la tangente à la courbe Γ au point d'abscisse 1 puis estimer son coefficient directeur. En déduire son équation réduite.

De l'exponentielle au logarithme népérien

Partie C : Reprenons la calculatrice…

1) A l'aide de la calculatrice, afficher un tableau des valeurs de la fonction logarithme népérien en partant de 0,1 avec un pas de 0,1.
Arrondir les valeurs au centième.
Recopier les valeurs obtenues dans le tableau ci-dessous.

Avec TI

$\boxed{f(x)}$
\ Y_1=ln(X)

$\boxed{\text{2nde}}$ $\boxed{\text{déf table}}$
CONFIG TABLE
Début Tbl=0.1
ΔTbl=0.1
Indpnt : Auto
Dépndte : Auto

$\boxed{\text{2nde}}$ $\boxed{\text{table}}$

$\boxed{\text{mode}}$
…
FLOTTANT 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
…

Avec Numworks

Fonctions $\boxed{\text{EXE}}$
Fonctions
$f(x)=\ln(x)$

Tableau
Régler l'intervalle
X début 0.1
X fin 10
Pas 0.1
Valider

x	$\ln(x)$	$\ln'(x)$
0,1		
0,2		
0,3		
0,4		
0,5		
0,6		
0,7		
0,8		
0,9		
1		
1,1		
1,2		
1,3		
1,4		
1,5		
1,6		
1,7		

2) a) Compléter avec les valeurs du nombre dérivé de la fonction ln.

Avec TI

$\boxed{f(x)}$
\ $Y_2=\frac{d}{dX}(Y_1)|_{X=X}$

Avec Numworks

Fonctions $\boxed{\text{EXE}}$
Tableau
$f(x)$ $\boxed{\text{OK}}$
Colonne de la fonction dérivée $\boxed{\text{OK}}$
$\boxed{\text{Retour}}$

b) Émettre une conjecture à propos de la dérivée de la fonction ln.