

## Étude d'une qualité de fabrication

Un fabricant de composants électroniques annonce un taux de fiabilité de 98 %.

Le responsable qualité de l'entreprise souhaite procéder à un contrôle en prélevant au hasard des composants dans le stock et en les testant. Le stock est supposé suffisamment important pour que l'on puisse considérer qu'il s'agit d'un tirage avec remise.

### Questions préliminaires

- 1) Justifier que les données du fabricant indiquent qu'au plus 2 % des composants produits ont des défauts.
- 2) Que permet de simuler le programme ci-contre ?

```
1 from random import random
2 p=0.02
3 if random()<=p:
4     R=1
5 else:
6     R=0
7 print(R)
```

Dans la suite du sujet, on considère que 2 % des composants sont défectueux et, lorsque cela s'avère nécessaire, on arrondit les résultats à  $10^{-3}$  près.

### Partie A

Le responsable qualité de l'entreprise teste les composants prélevés un à un.

On nomme  $X$  la variable aléatoire qui donne le rang du premier composant prélevé défectueux.

- 1) Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable  $X$  ?
- 2) Quelle est la probabilité que le responsable qualité trouve le premier composant défectueux parmi les trente premiers prélevés ?
- 3) Au bout de combien de composants prélevés le responsable qualité peut-il s'attendre à en trouver un défectueux ?
- 4) Si le responsable qualité n'a aucun composant défectueux dans les 50 premiers testés, quelle est la probabilité qu'il n'en ait pas dans les 25 suivants ?
- 5) Si le responsable qualité n'a aucun composant défectueux dans les 25 premiers testés, quelle est la probabilité qu'il en trouve un avant le 50<sup>e</sup> ?

### Partie B

Le responsable qualité prélève un lot 1500 composants dans le stock. On appelle  $D$  la variable aléatoire donnant le nombre de composants défectueux dans cet échantillon.

- 1) Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable  $D$  ?
- 2) Combien de composants défectueux le responsable qualité peut-il s'attendre à obtenir ?
- 3) Déterminer  $P(D=25)$  puis  $P(D<35)$  et  $P(D\geq 30)$ .
- 4) Donner un intervalle de fluctuation centré, au seuil de 95 %, associé à  $D$ .
- 5) Dans l'échantillon prélevé, le responsable qualité constate que 40 composants sont défectueux. Le niveau de qualité souhaité est-il respecté ?