Nom :

Exercice 1 (8 points)

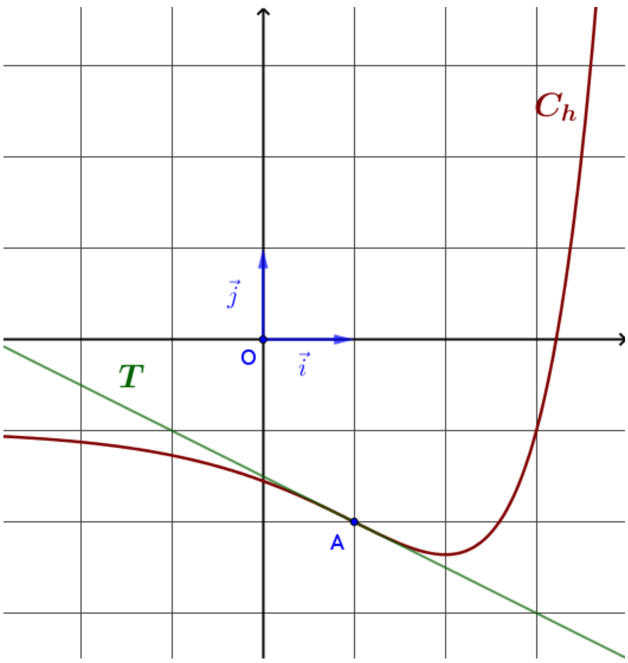
Les fonctions f et g sont définies sur l'intervalle $\mathrm{I}=[0;+\infty[$ par :

$$f(x)=\frac{1-x}{1+x^3} \qquad \text{et} \qquad g(x)=2x^3-3x^2-1.$$

1) Étude de la fonction g.
   a) Calculer la limite en $+\infty$ de la fonction g.
   b) Calculer $g'(x)$ la fonction dérivée de g.
   c) En déduire, en justifiant, le tableau de variation de g sur I.
   d) Démontrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α dans I.
   e) Donner une valeur approchée de α arrondie à 10^{-3} près.
   f) En déduire le signe de $g(x)$ sur I suivant les valeurs de x.
2) Étude de la fonction f.
   a) Montrer que la courbe représentative de f admet une asymptote en $+\infty$.
   b) Montrer que la dérivée f' de la fonction f vérifie, pour tout $x\in\mathrm{I}$, $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(1+x^3)^2}$.
   c) En déduire le tableau de variation complet de f.

Exercice 2 (7 points)

Le graphique ci-contre fournit la représentation graphique d'une fonction h définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $]-\infty;4[$ ainsi que la tangente T à C_h au point d'abscisse 1.



Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes. Aucune justification n'est demandée.

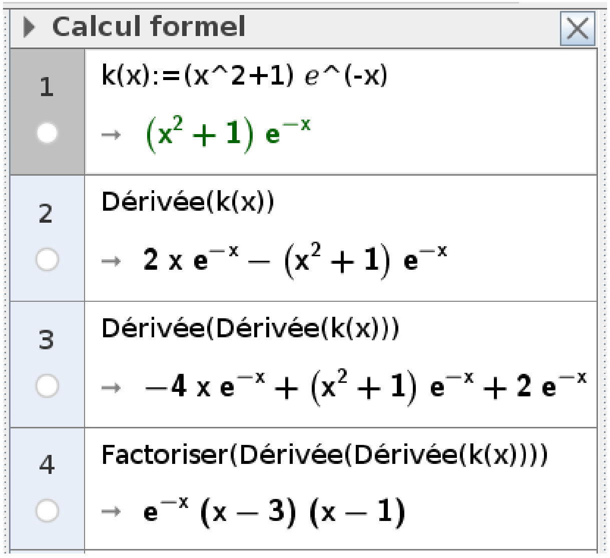
a) $h(1)=\dots$ $\qquad h(3)=\dots$
b) $h'(1)=\dots$ $\qquad h'(2)=\dots$ $\qquad h''(1)=\dots$
c) $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)=\dots$ $\qquad \lim\limits_{\substack{x\to 4\\ x<4}} h(x)=\dots$
d) Une équation de T est :
e) Les asymptotes à C_h ont pour équation :
f) Donner l'intervalle sur lequel h est croissante :
g) Donner l'intervalle sur lequel h est convexe :
h) Donner l'abscisse du point d'inflexion de C_h :

Exercice 3 (5 points)

On considère la fonction k définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x)=(x^2+1)\mathrm{e}^{-x}$.

La fonction k est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

À l'aide d'un logiciel de calcul formel on a obtenu les résultats suivants :



1) De cet affichage, déduire, en justifiant, un tableau de variation de k' la fonction dérivée de k.
2) En déduire le plus grand intervalle sur lequel la fonction k est concave.
3) Interpréter graphiquement le résultat de la question précédente en utilisant les mots "sécantes" et "tangentes".