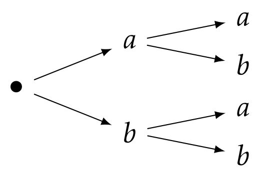
Formule du binome et coefficients binomiaux

Partie A : Développement de $(a+b)^2$

1) Rappeler la formule de double distributivité.

2) $\boxed{(a+b)^2 = (a+b)(a+b)}$

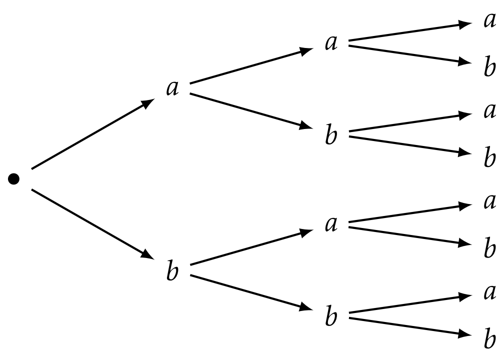
   Utiliser la modélisation de tous les produits possibles à l'aide de l'arbre ci-contre pour retrouver le développement de $(a+b)^2$.



Partie B : Développement de $(a+b)^3$

$\boxed{(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b)}$

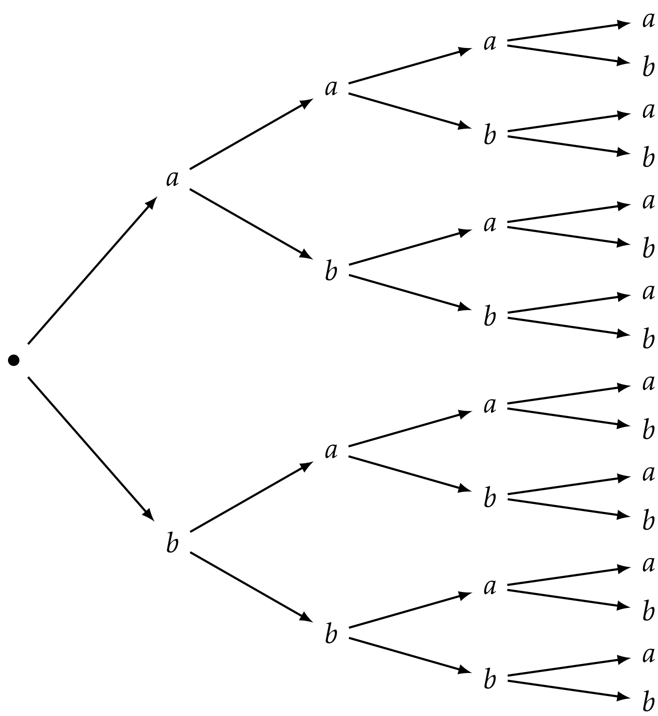
Utiliser la modélisation de tous les produits possibles à l'aide de l'arbre ci-dessous retrouver le développement de $(a+b)^3$.



Partie C : Développement de $(a+b)^4$

$\boxed{(a+b)^4 = (a+b)(a+b)(a+b)(a+b)}$

Utiliser la modélisation de tous les produits possibles à l'aide de l'arbre ci-dessous retrouver le développement de $(a+b)^4$.



Le nombre de produits comportant 2 facteurs a parmi les 4 facteurs est noté $\binom{4}{2}$ et se lit "Nombre de combinaison de 2 parmi 4".

On a donc $\binom{4}{2} = \ldots$. C'est aussi le coefficient de a^2b^2 dans le développement de $(a+b)^4$.

Partie D : Développement de $(a+b)^5$

$\boxed{(a+b)^5 = (a+b)(a+b)(a+b)(a+b)(a+b)}$

Dans cette partie on souhaite découvrir le développement de $(a+b)^5$, sans représenter l'arbre, mais en l'imaginant.

1) Déterminer les coefficients de a^5, b^5, ab^4 et a^4b.
2) On veut déterminer le coefficient de a^2b^3, c'est à dire le nombre de chemins comportant exactement deux nœuds a (et donc trois nœuds b).
   a) Si ce chemin se termine par a, combien de nœuds a doit-il comporter avant ?
   b) Si ce chemin se termine par b, combien de nœuds a doit-il comporter avant ?
   c) En utilisant les résultats de la Partie C : Calculer le coefficient de a^2b^3.
   d) En déduire une relation entre $\binom{5}{2}$, $\binom{4}{1}$ et $\binom{4}{2}$.
3) Écrire alors le développement de $(a+b)^5$.

Partie E : Développement de $(a+b)^6$

1) Déterminer les coefficients de a^6, ab^5, a^5b et b^6.
2) Le coefficient de a^2b^4, c'est à dire $\binom{6}{2}$ peut-être obtenu grâce à la calculatrice :
   - **Numworks** : $\boxed{\text{Boîte à outils}}$ **Probabilités** ▷ **Dénombrement** ▷ $\binom{n}{k}$ $\boxed{\text{EXE}}$ $\boxed{6}$ ▽ $\boxed{2}$ $\boxed{\text{EXE}}$
   - **TI** : $\boxed{6}$ $\boxed{\text{math}}$ **PROB 3 : Combinaison** $\boxed{2}$ $\boxed{\text{enter}}$
   - **Casio** : $\boxed{\text{Exe-Mat}}$ $\boxed{\text{EXE}}$ $\boxed{6}$ $\boxed{\text{OPTN}}$ $\boxed{\text{F6}}$ ▷ $\boxed{\text{F3}}$ **PROB** $\boxed{\text{F3}}$ **nCr** $\boxed{2}$ $\boxed{\text{EXE}}$
3) Écrire le développement de $(a+b)^6$

Partie F : Le triangle de Pascal [1]

Soit n et k des entiers naturels, le tableau ci-contre donnera, pour $k \leqslant n$, la valeur des $\binom{n}{k}$.

1) Barrer les cases qui n'ont pas à être complétées.
2) Justifier la valeur des $\binom{n}{n}$ et $\binom{n}{0}$ puis la reporter dans le tableau.
3) Comme dans la Partie D :
   Écrire une relation entre $\binom{n+1}{k+1}$, $\binom{n}{k+1}$ et $\binom{n}{k}$.
4) En déduire une méthode pour compléter le tableau.

n \ k	0	1	2	3	4	5
0						
1						
2						
3						
4						
5						

1. Blaise Pascal, né le 19 juin 1623 à Clermont (aujourd'hui Clermont-Ferrand) en Auvergne et mort le 19 août 1662 à Paris, est un mathématicien, physicien, inventeur, philosophe, moraliste et théologien français. (Source Wikipédia)