

# Comportement asymptotique des suites

On considère les suites suivantes définies pour tout  $n \in \mathbb{N}$  par :

$$a_n = 0,5 \times 2^n$$

$$b_n = 0,5 - 2n$$

$$c_n = 2 - 0,5^n$$

- 1) Préciser la nature des suites  $(a_n)$  et  $(b_n)$  puis justifier qu'elles sont monotones.
- 2)
  - a) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $c_{n+1} = 0,5c_n + 1$ .
  - b) Montrer, par récurrence, que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $1 \leq c_n < c_{n+1} < 2$ .
  - c) En déduire que la suite  $(c_n)$  est monotone et bornée.
- 3) Pour chacune des suites, représenter le nuage de points d'abscisse  $n$  puis qualifier le comportement des termes lorsque  $n$  devient grand.
- 4) Voici trois programmes en Python. Analyser les scripts et expliquer le résultat produit.

```
1 n = 0
2 a = 0.5
3 while a < 10000:
4     n = n+1
5     a = 0.5*2**n
6 print(n)
```

```
1 n = 0
2 b = 0.5
3 while b > -1000:
4     n = n+1
5     b = 0.5-2*n
6 print(n)
```

```
1 n = 0
2 c = 1
3 while 2-c > 0.001:
4     n = n+1
5     c = 2-0.5**n
6 print(n)
```

- 5) Les programmer et écrire le résultat obtenu.