# Les ensembles de nombres

## I Les nombres entiers naturels

$\mathbb{N}=\{0;1;2;3;...;2020;2021;...\}$

Exemples : Compléter avec $\in$ ou $\notin$

$1{,}7\times10^3$ ...... $\mathbb{N}$ $-12$ ...... $\mathbb{N}$ $\dfrac{81}{3}$ ...... $\mathbb{N}$ $\pi$ ...... $\mathbb{N}$

Propriété : La somme et le produit de deux entiers naturels est un entier naturel.

En général, la différence et le quotient de deux entiers naturels ne sont pas des entiers naturels.

Exemples : $2+5=$ $2\times5=$ $2-5=$ $2\div5=$

Exercice 1 : La solution de l'équation $x+3=0$ est-elle dans $\mathbb{N}$ ?

## II Les nombres entiers relatifs

$\mathbb{Z}$ est formé des nombres entiers naturels et leurs opposés :

$\mathbb{Z}=\{...;-2021;-2020;...;-2;-1;0;1;2;3;...;2020;2021;...\}$

Propriété : La somme, la différence et le produit de deux entiers relatifs est un entier relatif.

En général, le quotient de deux entiers relatifs n'est pas un entier relatif.

Exemples : $-2+5=$ $-2\times5=$ $-2-5=$ $-2\div5=$

Exercice 2 : La solution de l'équation $5x-3=0$ est-elle dans $\mathbb{Z}$ ?

Propriétés :

- $\mathbb{N}$ est une partie de $\mathbb{Z}$
- $\mathbb{N}$ est inclus dans $\mathbb{Z}$ On note $\boxed{\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}}$
- $\mathbb{N}$ est un sous ensemble de $\mathbb{Z}$

## III Les nombres décimaux

$\mathbb{D}$ est formé des nombres entiers relatifs et leurs quotients par une puissance de 10.

Autrement dit : $d\in\mathbb{D}$ si, et seulement si, $d=\dfrac{a}{10^n}$ avec $a\in\mathbb{Z}$ et $n\in\mathbb{N}$

Exemples : $2{,}8=$ $-5=$ $-23{,}15=$ $0{,}0321=$

Exercice 3 : La solution de l'équation $3x-5=0$ est-elle dans $\mathbb{D}$ ?

Propriété : $\mathbb{Z}\subset\mathbb{D}$

## IV Les nombres rationnels

$\mathbb{Q}$ est formé de tous les quotients de nombres entiers relatifs.

Autrement dit : $q \in \mathbb{Q}$ si, et seulement si, $q = \dfrac{a}{b}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}$, $b \neq 0$

Exemples : Compléter avec $\in$ ou $\notin$

$\dfrac{2}{3} \dots \mathbb{Q}$ $\pi \dots \mathbb{Q}$ $\sqrt{2} \dots \mathbb{Q}$ $2{,}125 \dots \mathbb{Q}$ $15 \times 10^{-3} \dots \mathbb{Q}$

Propriété : La somme, la différence , le produit et le quotient de deux rationnels est un rationnel.

Exemples :

$\dfrac{2}{3} + \dfrac{5}{4} =$ $\dfrac{2}{3} - \dfrac{5}{4} =$ $\dfrac{2}{3} \times \dfrac{5}{4} =$ $\dfrac{2}{3} \div \dfrac{5}{4} =$

Exercice 4 : Les solutions de l'équation $x^2 - 2 = 0$ sont-elles dans $\mathbb{Q}$ ?

Propriétés :

- $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$
- La partie décimale d'un rationnel comporte une répétition à l'infini.

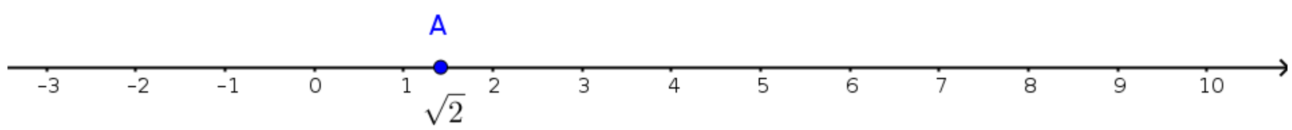
Démonstration 1

## V Les nombres réels

$\mathbb{R}$ est formé de tous les nombres utilisés depuis le collège : Les précédents mais aussi $\pi$, $\sqrt{2}$...

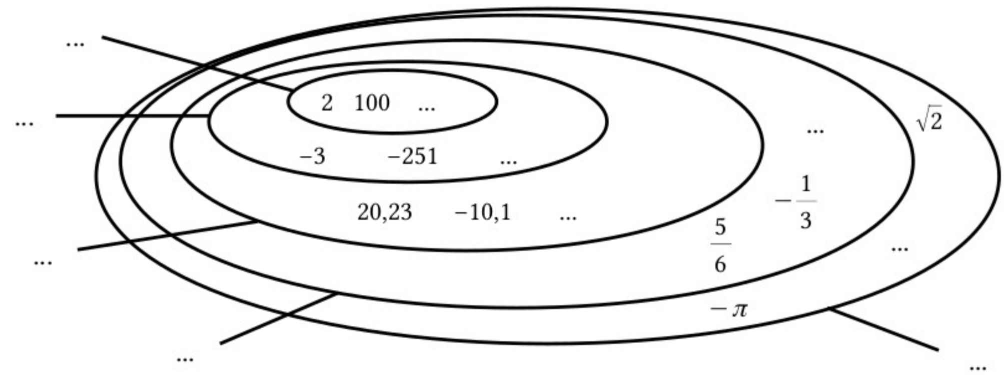
Propriété : $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ et les nombres réels non rationnels forment les nombres irrationnels

Représentation : L'ensemble $\mathbb{R}$ est représenté par un axe gradué et chaque point correspond à un nombre réel que l'on nomme abscisse.




Exercice 5 : Les solutions de l'équation $x^2 + 1 = 0$ sont-elles dans $\mathbb{R}$ ?

## VI Diagramme de Venn[1]




1 John Venn (1834-1923) est un mathématicien et logicien britannique. (Source Wikipédia)