Questions préliminaires

Soit la suite
$$(u_n)$$
 définie par $\begin{cases} u_0 = 8 \\ \text{pour tout } n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{u_n + 1} \end{cases}$

Question A

Calculer les quatre premiers termes de la suite puis conjecturer son sens de variation.

Question B

Vérifier que $u_0 > u_1$.

Soit $k \in \mathbb{N}$, on suppose que $u_k > u_{k+1}$, utiliser la définition de la suite (u_n) pour montrer que $u_{k+1} > u_{k+2}$. Conclure.

Question C

Vérifier que $1 < u_0 ≤ 8$.

Soit $k \in \mathbb{N}$, on suppose que $1 < u_k \le 8$, utiliser la définition de la suite (u_n) pour montrer que $1 < u_{k+1} \le 8$. Conclure.