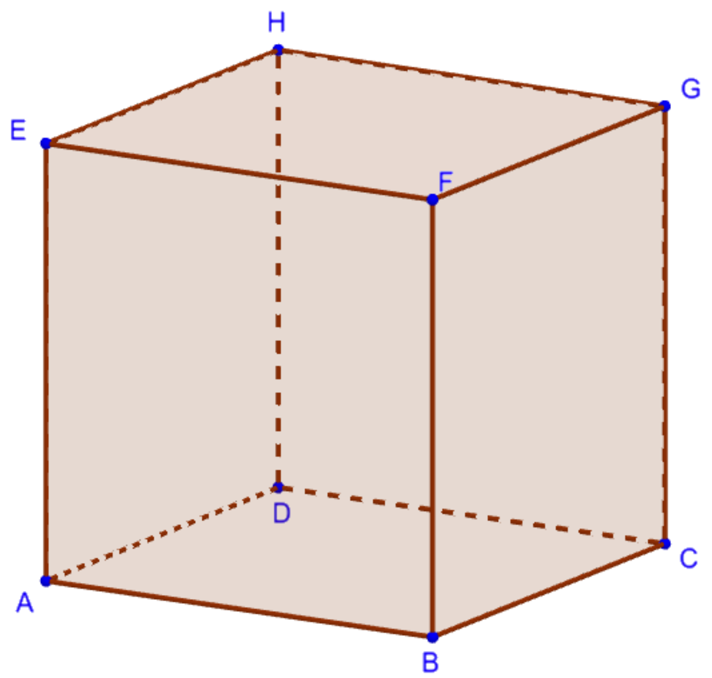
Combinaisons linéaires de vecteurs

Dans un cube $ABCDEFGH$, on considère les points M et N définis par les relations suivantes :

$$\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BG} - \frac{1}{4}\overrightarrow{BC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{DN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC} + 2\overrightarrow{DH}$$

1) Construire M et N sur la perspective ci-dessous.



2) Démontrer que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$.

   On dit que $\overrightarrow{AM}$ est une combinaison linéaire de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$.

3) Démontrer de même que $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AE}$.

4) Calculer alors le vecteur $4\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$

5) En déduire que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est une combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AN}$.

   On dit dans ce cas que B appartient au plan (AMN) et on note $B \in (AMN)$.