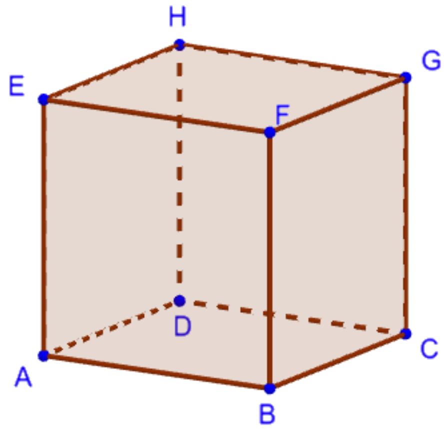
Repérage dans l'espace

Soit $ABCDEFGH$ le cube représenté ci-dessous.



Partie A : Coordonnées d'un vecteur dans une base de l'espace

1) Justifier que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$ ne sont pas coplanaires.

   On dit alors que le triplet $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ constitue une **base de l'espace**.

2) Déterminer les réels a, b et c tels que $\overrightarrow{AC} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD} + c\overrightarrow{AE}$.

   a, b et c sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$ dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ et on note $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$.

3) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{AH}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{HF}$ et $\overrightarrow{EC}$ dans la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

Partie B : Coordonnées d'un point dans un repère de l'espace

On associe maintenant le point A à la base $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ pour créer le **repère** $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

A est appelé **origine** du repère et, comme $\overrightarrow{AB} = 1\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AD} + 0\overrightarrow{AE}$ alors le point B a pour coordonnées $(1\,;0;0)$ dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ et on note $B(1\,;0;0)$.

1) Donner les coordonnées des points A, C, D, E, F, G et H dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.
2) Soit I le milieu de $[CG]$. Exprimer $\overrightarrow{AI}$ en fonction des vecteurs de la base puis, en déduire les coordonnées de I dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.
3) Recommencer avec le point J le milieu de $[EC]$.