La loi binomiale pour obtenir un intervalle de fluctuation

Une grande ville revendique que 55 % des habitants majeurs pratiquent un sport. On interroge un échantillon de 100 habitants au hasard dans la population.

On suppose que l'affirmation est vraie et que la population de la ville est suffisamment grande pour assimiler ce sondage à 100 tirages effectués avec remise.

1) On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes pratiquant du sport dans un échantillon de 100 habitants.

   Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire X ? Préciser ses paramètres.

2) A l'aide de la calculatrice, établir la table des probabilités cumulées de la loi de X, c'est à dire la liste des $P(X \leqslant k)$ pour allant de 0 à n :

Numworks	TI 83 (82)	Casio Graph 90+E (35+E)
Menu **Fonctions** ⌂ **Expressions** **Ajouter un élément** [OK] **Vide** [OK] **Boîte à outils** [paste] **Probabilités** ▹ **Lois de probabilités** ▹ **Binomiale** ▹ **binomcdf(m,n,p)** [EXE] $(x, 100, 0.55)$ [EXE] **Afficher les valeurs** [EXE] **Régler l'intervalle** [EXE] **X début** 0 **X fin** 100 **Pas** 1 **Valider** [EXE]	[$f(x)$] $\mathbf{Y_1}$ = [2nde] [distrib] **B :binomFRép** [entrer] **nbreEssais :** 100 [entrer] **p :** 0.55 [entrer] **valeur de x :** [X,T,θ,n] [entrer] **Coller** [entrer] [2nde] [déf table] **DébutTbl=** 0 [entrer] **ΔTbl=** 1 [entrer] [2nde] [table]	[MENU] **7 Table** [EXE] **Y1 :** [OPTN] [F6] ▶ [F3] **STAT** [F1] **DIST** [F5] **BINOMIAL** [F2] **Bcd** **BinomialCD**([X,θ,T],100,0.55) [EXE] [F5] **SET** **Start :** 0 [EXE] **End :** 100 [EXE] **Step :** 1 [EXE] [F6] **TABLE**

3) Analyse des valeurs obtenues :

   a) Déterminer les nombres a et b tels que :

   - a est le plus petit entier tel que $P(X \leqslant a) > 0,025$;
   - b est le plus petit entier tel que $P(X \leqslant b) \geqslant 0,975$.

   b) Justifier que $P(X < a) \leqslant 0,025$ et en déduire que $P(a \leqslant X \leqslant b) \geqslant 0,95$.

4) En déduire un intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la variable aléatoire X dans les échantillons.

5) Le sondage a donné 43 personnes pratiquant un sport. Interpréter le résultat de ce sondage.