Équations et Inéquations

I Équations de degré 1 à une inconnue

Définition : Une équation de degré 1 à une inconnue est une équation de la forme $\boxed{ax+b=cx+d}$ où a, b, c et d sont des nombres connus (des coefficients) et x un nombre inconnu (l'inconnue).

Résolution algébrique : Résoudre une telle équation se fait en additionnant ou en multipliant le même nombre aux deux membres de l'équation.

Exercice 1 : Résoudre les trois équations suivantes

a) $3x-5=10-2x$ b) $\frac{5}{4}x+\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$ c) $x\sqrt{2}+3=4\sqrt{2}x-5$

Remarque : Beaucoup d'équations ne sont pas sous la forme d'une équation de degré 1 mais parfois on peut s'y ramener en développant un ou les deux membres de l'équation.

Propriétés : Les développements à connaître

- distributivité $\boxed{k(a+b)=ka+kb}$
- double distributivité $\boxed{(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd}$
- égalités remarquables $\boxed{(a+b)^2=a^2+2ab+b^2}$ $\boxed{(a-b)^2=a^2-2ab+b^2}$ $\boxed{(a+b)(a-b)=a^2-b^2}$

Exercice 2 : Résoudre les équations suivantes en commençant par développer chaque membre

a) $(4x-7)^2=8(2x^2+5)$ b) $(3x-2)(3x+2)=9x(x-1)$

II Mémento calculatrice

Numworks	TI 83 (82)	Casio Graph 90+E (35+E)
Menu **Solveur** **Equations** **Ajouter une équation** Dans **Utiliser un modele d'equation** Choisir **Vide** Écrire l'équation L'inconnue x est obtenue avec la touche $\boxed{\text{x,n,t}}$ Le = est au desssus de $\boxed{\pi}$ **Resoudre l'equation**	$\boxed{\text{2nde}}$ $\boxed{\text{apps}}$ (ou $\boxed{\text{apps}}$) **9** (ou **5**) : **PlySmlt2** **1 : RACINES D'UN POLYNôME** (ou **POLY ROOT FINDER**) **DEGRé** (ou **ORDER**) **1** **RéEL** (ou **REAL**) $\boxed{\text{F5}}$ **SUIV** (ou **NEXT**) Saisir les coefficients à l'aide des flèches puis $\boxed{\text{entrer}}$ $\boxed{\text{F5}}$ **RéSOL** (ou **SOLVE**) $\boxed{\text{F1}}$ **MENU** (ou) **MAIN** **6** : **QUITTER** (ou **QUIT**)	$\boxed{\text{MENU}}$ **A Équation** $\boxed{\text{F3}}$ **SOLVEUR** **Eq** : Écrire l'équation L'inconnue x est obtenue avec la touche $\boxed{X,\theta,T}$ Le = est au desssus du $\boxed{.}$ $\boxed{\text{EXE}}$ $\boxed{\text{F6}}$ **SOLVE** $\boxed{\text{F1}}$ **REPEAT** $\boxed{\text{F2}}$ **DELETE** $\boxed{\text{MENU}}$ pour Sortir

III Inéquations de degré 1 à une inconnue

Définition : Une inéquation de degré 1 à une inconnue est une inéquation de l'une des formes suivantes $\boxed{ax+b\geqslant cx+d}$; $\boxed{ax+b\leqslant cx+d}$; $\boxed{ax+b>cx+d}$; $\boxed{ax+b<cx+d}$ où a, b, c et d sont des nombres connus (des coefficients) et x un nombre inconnu (l'inconnue).

Résolution algébrique : Résoudre une telle inéquation se fait en additionnant ou en multipliant le même nombre aux deux membres de l'équation. Mais attention, multiplier par un nombre négatif inverse le sens de l'inégalité.

Exercice 3 : Résoudre les deux inéquations suivantes, représenter les solutions sur un axe et noter les solutions sous la forme d'un intervalle.

a) $3x-5\geqslant x-8$ b) $\frac{12}{5}-4x<\frac{3}{2}+5x$

JM Lambert - Lycée Bellevue - Le Mans

IV Résolution graphique d'équations

1) Équation $\boxed{f(x)=k}$

Par définition, les solutions de l'équation $f(x)=k$ sont les antécédents de k par la fonction f.

Autrement dit, les abscisses des points de la courbe $\mathscr{C}_f$ dont l'ordonnée est k.

Résolution graphique :

- On trace la droite horizontale passant par le point $(0;k)$ (concrètement ou mentalement)
- On visualise les points d'intersection entre cette droite et la courbe $\mathscr{C}_f$.
- On note les abscisses de ces points : ce sont les solutions de l'équation.

Exemples : $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative de f.

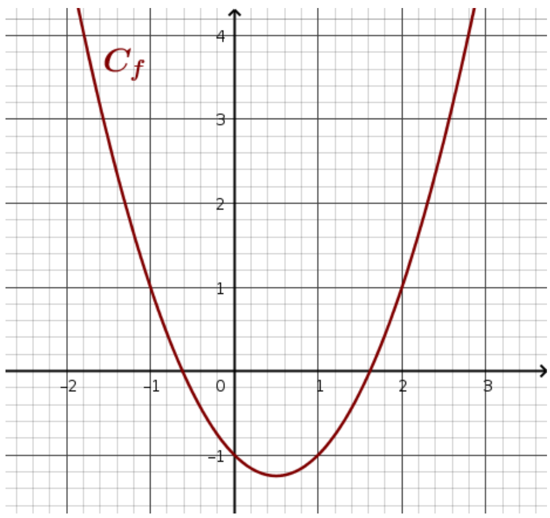
Résoudre graphiquement les équations :

$f(x)=0$

$f(x)=1$

$f(x)=2$

$f(x)=-0{,}6$



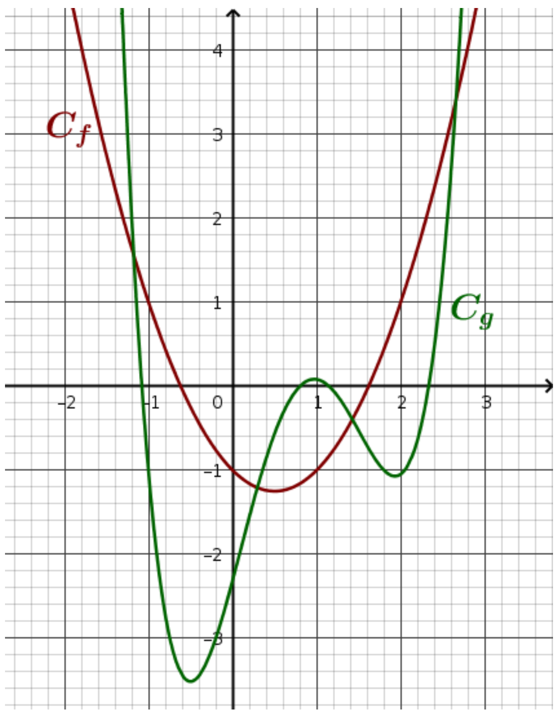
2) Équation $\boxed{f(x)=g(x)}$

Par définition, les solutions de l'équation $f(x)=g(x)$ sont les nombres qui ont une image par f égale à leur image par g.

Autrement dit, les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et de $\mathscr{C}_g$.

Exemple : $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative de f et $\mathscr{C}_g$ est la courbe représentative de g.

Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=g(x)$



V Mémento calculatrice

Numworks	TI 83 (82)	Casio Graph 90+E (35+E)
Équation $f(x)=0$ Menu **Fonctions** Saisir la fonction puis **Tracer le graphique** puis OK (si besoin, régler la fenêtre en allant dans le l'onglet **Axes**) Faire OK **Calculer →** **Zeros** On peut se déplacer d'un zéro à l'autre à l'aide des flèches. EXE ou Ok pour quitter Zeros	Équation $f(x)=0$ mode Vérifier que **FONCTION** (ou **FONC**) est sélectionné. 2nde quitter $f(x)$ Saisir la fonction **Y_1=** puis graphe 2nde calculs **2: racine** (ou **zéro**) Placer le curseur avant puis entrer Placer le curseur après puis entrer puis à nouveau entrer	Équation $f(x)=0$ MENU **5. Graphe** Saisir la fonction **Y1**= F6 **DRAW** SHIFT **G-SOLV** F1 **ROOT** On peut se déplacer d'un zéro à l'autre à l'aide des flèches. EXE pour marquer les zéros EXIT pour quitter ROOT MENU pour Sortir
Intersections de 2 deux courbes Menu **Fonctions** Saisir les deux fonctions puis **Tracer le graphique** (si besoin, régler la fenêtre en allant dans l'onglet **Axes**) Faire OK **Calculer →** **Intersection** On peut se déplacer d'une intersection à l'autre à l'aide des flèches. EXE pour quitter Intersections	Intersections de 2 deux courbes $f(x)$ Saisir les deux fonctions **Y_1**= **Y_2**= puis graphe Placer le curseur avant l'intersection des 2 courbes 2nde calculs **5: intersection** Sélectionner une courbe puis entrer Sélectionner l'autre courbe puis entrer puis à nouveau entrer	Intersections de 2 deux courbes MENU **5. Graphe** Saisir les deux fonctions **Y1**= **Y2**= F6 **DRAW** SHIFT F5 **G-SOLV** F5 **INTSECT** On peut se déplacer d'une intersection à l'autre à l'aide des flèches. EXE pour marquer les intersections EXIT pour quitter INTSECT MENU pour Sortir

Exercice 4 :

$f(x)=x^2-x-1$ et $g(x)=(x-0{,}8)^4-3(x-0{,}8)^2+x-0{,}8$

Utiliser la calculatrice pour donner graphiquement la valeur arrondie au centième près des solutions de l'équation $f(x)=g(x)$.

Exercice 5 : Résoudre graphiquement l'équation $x^2=2x+5$ et donner les solutions arrondies au centième près.

VI Résolution graphique d'inéquations

1) Inéquation du type $\boxed{f(x)<k}$

Par définition, les solutions de l'inéquation $f(x)<k$ sont les nombres qui ont une image par f strictement inférieure à k.

Autrement dit, les abscisses des points de $\mathscr{C}_f$ situés strictement en dessous de la droite des points d'ordonnée k.

Résolution graphique :

- On trace la droite horizontale passant par le point $(0;k)$ (concrètement ou mentalement)
- On visualise les points de la courbe $\mathscr{C}_f$ qui sont strictement en dessous de cette droite.
- On note les abscisses de ces points : ce sont les solutions de l'inéquation.

Exemples : $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative de f.

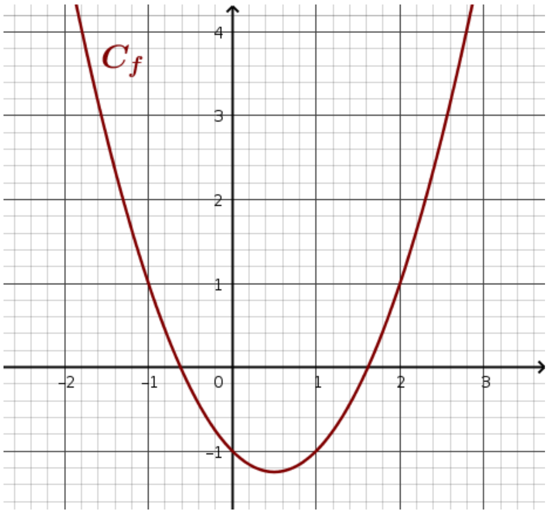
Résoudre graphiquement les inéquations :

$f(x)<0$

$f(x)\leqslant 1$

$f(x)>2$

$f(x)\geqslant -0{,}6$



2) Inéquation du type $\boxed{f(x)<g(x)}$

Par définition, les solutions de l'inéquation $f(x)<g(x)$ sont les nombres qui ont une image par f strictement inférieure à leur image par g.

Autrement dit, les abscisses des points de $\mathscr{C}_f$ qui sont strictement au dessous de $\mathscr{C}_g$.

Exemples : $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative de f et $\mathscr{C}_g$ est la courbe représentative de g.

Résoudre graphiquement les inéquations :

$f(x)<g(x)$

$f(x)\geqslant g(x)$

Exercice 6 :

$f(x)=x^2-x-1$

$g(x)=(x-0{,}8)^4-3(x-0{,}8)^2+x-0{,}8$

Utiliser la calculatrice pour préciser graphiquement, au centième, les solutions.