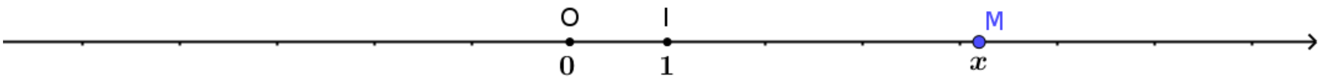
Valeur absolue d'un nombre réel

I Définition et notation

Définition : La valeur absolue d'un nombre réel x, notée $|x|$, est la distance, sur l'axe réel, entre l'origine du repère et le point d'abscisse x.

En notant O l'origine du repère et M le point d'abscisse x, on a $\boxed{OM=|x|}$.



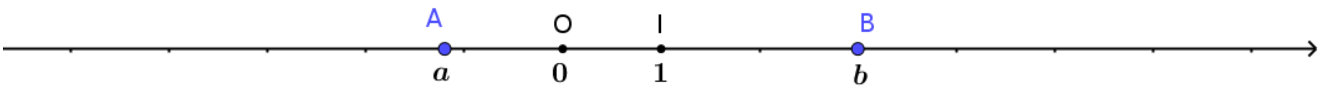
Propriété : $|x|=\begin{cases} x & \text{si } x\geqslant 0 \\ -x & \text{si } x<0 \end{cases}$ et on a donc $|x|=\sqrt{x^2}$.

Exemples : $|8{,}34|=\ldots$ $|-2{,}5|=\ldots$ $|-3\sqrt{2}|=\ldots$ $\left|\dfrac{5\pi}{3}\right|=\ldots$

II Distance entre deux nombres

Définition : La distance entre deux nombres a et b est la distance entre les points d'abscisse a et b placés sur l'axe réel.

En notant A le point d'abscisse a et B le point d'abscisse b, on a $\boxed{AB=|a-b|}$.



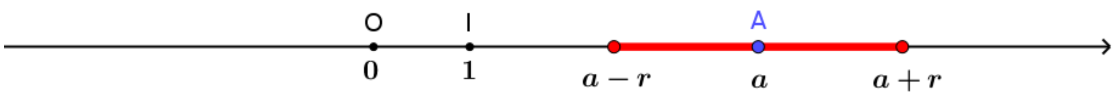
Propriété : $|a-b|=\begin{cases} a-b & \text{si } a-b\geqslant 0 \\ -(a-b) & \text{si } a-b<0 \end{cases}$ ou encore $|a-b|=\sqrt{(a-b)^2}$ et enfin $|a-b|=\begin{cases} a-b & \text{si } a\geqslant b \\ b-a & \text{si } a<b \end{cases}$

Exemples : $\left|2-\dfrac{5}{3}\right|=\ldots$ $\left|\dfrac{15}{7}-3\right|=\ldots$ $|\pi-3|=\ldots$ $|\sqrt{2}-3|=\ldots$

III Intervalle défini par une valeur absolue

Soit a un nombre réel et r un nombre réel strictement positif.

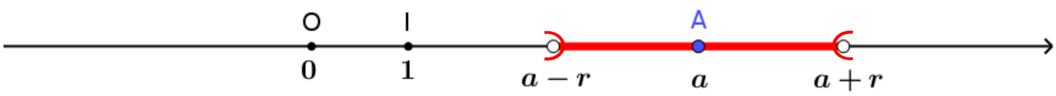
Définition : L'intervalle fermé centré sur a et de rayon r est l'intervalle $[a-r\,;a+r]$.



Propriété : Pour tout réel x, $\boxed{x\in[a-r\,;a+r] \Leftrightarrow |x-a|\leqslant r}$

De manière analogue,

Définition : L'intervalle ouvert centré sur a et de rayon r est l'intervalle $]a-r\,;a+r[$.



Propriété : Pour tout réel x, $\boxed{x\in]a-r\,;a+r[\Leftrightarrow |x-a|<r}$

Exercice : a) Donner l'intervalle solution de l'inéquation $|x-5|\leqslant 8$.

b) Donner l'intervalle solution de l'inéquation $|x+2|<7$.

c) Donner une inéquation dont l'intervalle solution est $[-2\,;10]$.

JM Lambert - Lycée Bellevue - Le Mans