

Équations différentielles et primitives

Équations différentielles

- On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3e^{2x}$.
Montrer que f vérifie, sur \mathbb{R} , l'égalité $f' - 2f = 0$.
- Parmi les fonctions suivantes, lesquelles vérifient l'équation $y' = 4y - 6$ où y est une fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} .
 - $f(x) = 3e^{4x} + \frac{3}{2}$
 - $g(x) = 4e^x - 6$
 - $h(x) = 5e^{4x} + 1,5$
- Parmi les fonctions suivantes, lesquelles vérifient l'équation $y'' = 2y - y'$ où y est une fonction définie et deux fois dérivable sur \mathbb{R} .
 - $f(x) = 5e^{-2x}$
 - $g(x) = 3e^x - 4e^{-2x}$
 - $h(x) = 7e^x - 3$
- Définir une équation différentielle et commenter le nombre de solutions.

Équation $y' = y$

- Quelle fonction usuelle, non nulle, est solution, sur \mathbb{R} , de l'équation $y' = y$?
- Soit f une solution de l'équation $y' = y$.
Pour quelles valeurs de $k \in \mathbb{R}$ les fonctions suivantes vérifient-elle aussi cette équation?
 - $g(x) = f(x) + k$
 - $h(x) = k \times f(x)$
- En déduire d'autres solutions de l'équation $y' = y$ et commenter le nombre de solutions.
- Soit f une solution de l'équation $y' = y$, en étudiant le quotient de f par la fonction exponentielle, déterminer toutes les solutions de cette équation.

Équation $y' = f$

- Compléter le tableau ci-dessous :

Fonction	x^2	x^3	e^x	$\frac{1}{x}$	\sqrt{x}	$\ln x$
Intervalle de dérivabilité						
Fonction dérivée						

- Utiliser le tableau pour déterminer une fonction F solution, sur \mathbb{R} , de l'équation $y' = 2x$.
Peut-on en trouver d'autres? Combien y en a-t-il?
- Déterminer une fonction F solution, sur \mathbb{R} , de l'équation $y' = 3x^2$.
En déduire des solutions, sur \mathbb{R} , de l'équation $y' = x^2$.
- Déterminer des fonctions F solution, sur $]0 ; +\infty[$, de l'équation $y' = \frac{1}{x}$.
- Déterminer des fonctions F solution, sur $]0 ; +\infty[$, de l'équation $y' = \frac{1}{x^2}$.
- Déterminer des fonctions F solution, sur $]0 ; +\infty[$, de l'équation $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$.
- Calculer la dérivée, sur \mathbb{R} , de x^5 .
En déduire des fonctions F solution, sur \mathbb{R} , de l'équation $y' = x^4$.
- Soit $n \in \mathbb{N}$, calculer la dérivée, sur \mathbb{R} , de x^{n+1} .
En déduire des fonctions F solution, sur \mathbb{R} , de l'équation $y' = x^n$.