

Questions préliminaires

On s'intéresse aux deux fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{xe^{-x}}{x^2 + 1} \quad \text{et} \quad g(x) = x^3 + x^2 + x - 1$$

Question A

Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur \mathbb{R} .

Déterminer une valeur approchée arrondie au centième de α .

En déduire le signe de $g(x)$ sur \mathbb{R} .

Question B

Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x)$ et $g(x)$ sont de signes contraires.

Question C

En déduire le tableau de variation complet de la fonction f .