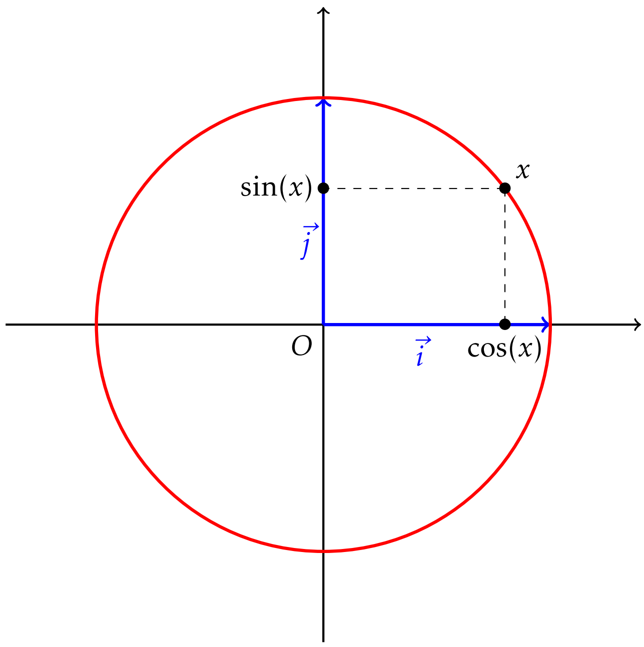
# Rappels de trigonométrie

## Partie A : Cercle trigonométrique

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(0\,;\,\vec{i},\vec{j})$.

1) À partir du réel $x$ positionné sur le cercle trigonométrique ci-dessous, placer à l'aide du compas et de la règle non graduée, les réels associés : $-x$, $x+\pi$, $\pi - x$, $x+\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2}-x$ et $2\pi + x$.




2) En déduire les sinus et cosinus des angles associés.

$\cos(-x) =$ $\qquad$ $\sin(-x) =$ $\qquad$ $\cos(x+2\pi) =$ $\qquad$ $\sin(x+2\pi) =$

$\cos(x+\pi) =$ $\qquad$ $\sin(x+\pi) =$ $\qquad$ $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) =$ $\qquad$ $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) =$

$\cos(\pi - x) =$ $\qquad$ $\sin(\pi - x) =$ $\qquad$ $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) =$ $\qquad$ $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) =$

## Partie B : Valeurs particulières de cosinus et sinus

1) Compléter ce tableau regroupant les valeurs particulières de cosinus et sinus à connaître par cœur.

| $x$ | $0$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\cos(x)$ | | | | | |
| $\sin(x)$ | | | | | |

2) En déduire les valeurs suivantes :

$\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) =$ $\qquad$ $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) =$ $\qquad$ $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) =$ $\qquad$ $\sin\left(\frac{19\pi}{3}\right) =$

$\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) =$ $\qquad$ $\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) =$ $\qquad$ $\cos(13\pi) =$ $\qquad$ $\sin\left(-\frac{13\pi}{2}\right) =$

## Partie C : Équations et inéquations trigonométriques

1) Pour chacun des réels suivants, déterminer l'entier relatif $k$ et le réel $a$ de l'intervalle $]-\pi\ ;\ \pi]$ tels que $x = a + 2k\pi$.

   $a$ est appelé mesure principale de $x$ et on note aussi $x \equiv a\ [2\pi]$.

   a) $x = -\dfrac{29\pi}{4}$ b) $x = \dfrac{47\pi}{4}$

   c) $x = \dfrac{35\pi}{2}$ d) $x = -\dfrac{55\pi}{6}$

2) Résoudre graphiquement, sur l'intervalle $]-\pi\ ;\ \pi]$, les équations et inéquations suivantes.

   Représenter l'ensemble des solutions sur un cercle trigonométrique.

   a) $\cos(x) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\sin(x) = -1$ c) $\sin(x) = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

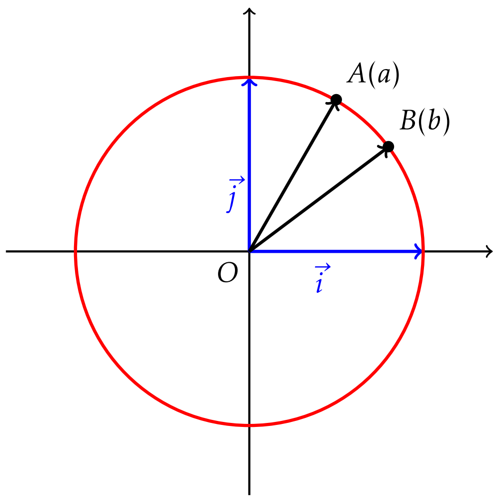
   d) $\cos(x) \geqslant -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ e) $\sin(x) > -\dfrac{1}{2}$ f) $\sin(x) < \dfrac{1}{2}$

3) Soit $\alpha$ et $\beta$ les deux solutions de l'équation $\sin(x) = -0,7$ sur l'intervalle $]-\pi\ ;\ \pi]$ avec $\alpha < \beta$.
   a) Exprimer $\beta$ en fonction de $\alpha$.
   b) En déduire toutes les solutions de cette équation sur $\mathbb{R}$.
   c) Résoudre, sur l'intervalle $]-\pi\ ;\ \pi]$, l'inéquation $\sin(x) > -0,7$.
   d) Déterminer $\cos(\alpha)$.

## Partie D : Cosinus et sinus d'une somme et d'une différence

1) Les points $A$ et $B$ sont placés sur le cercle trigonométrique et correspondent aux réels $a$ et $b$.

   a) Écrire une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{OB}\,;\overrightarrow{OA})$ à l'aide de $a$ et de $b$.
   b) Écrire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OB}$.
   c) Exprimer le produit scalaire de $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OA}$ de deux manières différentes.
   d) En déduire l'expression de $\cos(a-b)$ en fonction des cosinus et sinus de $a$ et de $b$.
   e) En remarquant que $a + b = a - (-b)$, exprimer $\cos(a+b)$ en fonction des cosinus et sinus de $a$ et de $b$.
   f) En utilisant $\sin(x) = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$, exprimer $\sin(a+b)$ et $\sin(a-b)$ de la même manière.




2) Formules de duplication
   a) Pour tout réel $x$, exprimer $\cos(2x)$ en fonction de $\cos(x)$ et $\sin(x)$.
   b) En utilisant $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$, en déduire deux autres formules pour $\cos(2x)$ uniquement à l'aide de $\cos(x)$ puis de $\sin(x)$.
   c) Pour tout réel $x$, exprimer $\sin(2x)$ en fonction de $\cos(x)$ et $\sin(x)$.